Lycée Bir Lahmar2 Devoir de contrôle N°2 Mars 2021	Epreuve : **Mathématiques** Durée : **2 heures** Coefficient :**3**
4ème Sciences Informatique	Enseignant : **Nemri Mohamed**

Exercice N°1 (4 points)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée

1/ Le nombre réel $\frac{ln(e)}{ln(e^2)}$ est égal à :

a) $ln\left(\frac{1}{e}\right)$ b) $\frac{1}{e}$ c) $\frac{1}{2}$

2/ Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction logarithme népérien au point d'abscisse e est :

a) $\boldsymbol{y = x - e}$ b) $\boldsymbol{y = \frac{1}{e}x}$ c) $\boldsymbol{y = \frac{1}{e}x - 1}$

3/ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\boldsymbol{Ln(1+2x)}}{\boldsymbol{x}}$ est égale à :

a) 1 b) 2 c) 0

4/ $\lim\limits_{x\to +\infty} (\boldsymbol{x^2 - xlnx})$ est égale à :

a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$

Exercice N°2 (5 points)

1/ Ecrire la division euclidienne de -228 par 13

2/ Vérifier que $3^4 \equiv -1[41]$

3/ Démontrer que par tout entier naturel n , $7^{2n}+3$ est divisible par 4

4/ a)Ecrire l'ensemble des entiers relatifs diviseurs de 6.

b) Déterminer les entiers relatifs n tels que n – 4 divise 6.

5/ a et b sont deux entiers naturels. Les restes de la division euclidienne de a et b par 11 sont respectivement 2 et 7.

Déterminer le reste de la division euclidienne des nombres a +b et a-b. en déduire celui de $a^2 - b^2$

Exercice N°3 (6 points)

Dans l'annexe jointe , (C) est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f définie et dérivable sur IR .

(T) est la tangente à la courbe (C) au point $A(1,\frac{1}{2})$

*La droite d'équation y=2 est une asymptote à la courbe (C)

*La tangente (T) passe par le point B(0 ,-1)

*La courbe (C) admet une unique tangente horizontale , au point B

1/ Par lecture graphique :

a)Déterminer f(0) , f '(0) et f ' (1)

b)Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et f(IR)

2/ Soit g la restriction de f à l'intervalle $[0,+\infty[$

a)Montrer que g est une bijection de $[0,+\infty[$ sur $[-1,2[$

On note g^{-1} la fonction réciproque de g

b)Montrer que g^{-1} est dérivable en $\frac{1}{2}$ et calculer $(\mathbf{g^{-1}})'(\frac{1}{2})$

c)Etudier la dérivabilité de g^{-1} à droite en -1. Interpréter graphiquement le résultat .

3/On suppose dans la suite que pour tout $x > 0$, $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{ax^2+b}}{\mathbf{x^2+1}}$ ou a et b sont deux réels .

a)Montrer que pour tout $x > 0$, $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{2x^2-1}}{\mathbf{x^2+1}}$

b)Déterminer g^{-1}(x) pour tout réel $x \in [-1,2[$

c) Tracer la courbe de la fonction g^{-1} dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

Exercice N°4 (5 points)

Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $\boldsymbol{f(x) = x - 2 - \ln x}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que $\boldsymbol{f'(x) = \frac{x-1}{x}}$

b) Dresser le tableau de variation de f .

3) a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\boldsymbol{f(x)}}{\boldsymbol{x}} = 1$

b) En déduire que (C) admet une branche infinie de direction celle de la droite D d'équation $\boldsymbol{y = x}$ au voisinage de $+\infty$

c)Etudier la position relative de la courbe (C) et la droite D

4) a) Montrer que l'équation f(x)=0 admet exactement deux solutions α et β

telles que $\boldsymbol{\alpha} \in]\mathbf{0.1}, \mathbf{0.2}[$ et $\boldsymbol{\beta} \in]\mathbf{3.1}, \mathbf{3.2}[$

b) Tracer D et(C)

Epreuve de mathématiques - section : sciences de l'informatique

(Annexe à rendre avec la feuille de copie)